

# 中国科学院研究生院

## 2012 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

### 科目名称：固体物理

#### 考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

---

#### 一、简答题 (共 50 分，每小题 10 分)

1. 已知布拉菲格子的三个基矢分别为  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ ，请写出其对应的倒格子的基矢（用  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  表达）。请问体心立方格子的倒格子是什么？
2. NaCl 晶体中存在光学格波吗？NaCl 晶体是否能产生强烈的红外吸收？为什么？
3. 准晶态的发现获得了 2011 年诺贝尔化学奖，请简述准晶态结构的特点。
4. 请简述声子的概念，并指出在高温时频率为  $\omega$  的格波的平均声子数与温度的关系。
5. 请画出晶体内能  $U$  随晶体体积  $V$  变化的示意图。

#### 二、(20 分) 在一个具有立方结构的晶体上做 X 射线衍射实验，

- 1) 请写出 X 射线波长与布喇格角之间需要满足的关系式；
- 2) 假设布喇格角很小且 X 射线波长不变，请问当晶体的晶格常数变化率为 1% 时，布喇格角的变化率为多少？

#### 三、(20 分) 假设某一维单原子链的晶格常数为 $a$ ，每个原子质量为 $m$ ，只考虑最近邻原子之间的相互作用，

- 1) 写出简谐近似下该原子链的晶格振动色散关系；
- 2) 假设该原子链的晶格常数  $a$  为  $1\text{\AA}$ ，在长波极限下的声速为  $2 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，请估算该原子链格波的截止频率值。

#### 四、(30 分) 假设某三维金属材料的电子浓度为 $n$ ，

- 1) 请推导出在绝对零度时该金属自由电子费米能量  $\varepsilon_F$  的表达式（用  $n$  表示）；
- 2) 请分别写出该金属费米温度  $T_F$ 、费米波矢  $k_F$  和费米速度  $v_F$  的表达式（用  $n$  表示）；
- 3) 假设在趋于绝对零度时该金属的电阻率为  $\rho$ ，请推导出此时该金属的电子平均自由程  $l$  的表达式（用  $n$  和  $\rho$  表示）。

五、(30 分) 对于一维体系, 设原子位于  $x = na, (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ , 其中  $a$  是原子间距, 且存在有效势能  $V(x) = 2V_1 \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right)$ ,  $V_1 > 0$ , 且令  $\frac{\hbar^2}{2m} \equiv 1$ 。

- 1) 请求出第一布里渊区边界处的  $k$  值;
- 2) 在近自由电子近似下, 推导出在布里渊区边界附近的色散关系  $E(k)$ ;
- 3) 对于半无限一维体系, 波矢可以是复数。设  $k = (\pi/a) - iq$ , 其中  $q > 0$  为实数,  $iq$  为纯虚数。
  - a) 若色散关系  $E(k)$  形式不变, 从  $E(k)$  推导  $E(q)$  关系式;
  - b) 求出使得  $E(q)$  为实数的最大值  $q_{\max}$ ;
  - c) 求当  $q = q_{\max}$  时能量  $E(q)$  位于周期体系能隙中需要满足的条件;
  - d) 画出实数  $E(q)$  的示意图。