

# 中国科学院大学硕士研究生入学考试

## 《概率论与数理统计》考试大纲

本《概率论与数理统计》考试大纲适用于中国科学院大学**非数学类**的硕士研究生入学考试。概率统计是现代数学的重要分支，在物理、化学、生物、计算机科学等学科有着广泛的应用。考试的主要内容有以下几个部分：

概率统计中的基本概念

随机变量及其分布

随机变量的数学特征及特征函数

独立随机变量和的中心极限定理及大数定律

假设检验

点估计及区间估计

简单线性回归模型

要求考生对基本概念有深入的理解，能计算一些常见分布的期望、方差，了解假设检验、点估计及区间估计的统计意义，能解决一些经典模型的检验问题、区间估计及点估计。最后，能理解大数定律及中心极限定理。

### 一、 考试内容

#### (一) 基本概念

1. 样本、样本观测值
2. 统计数据的直观描述方法：如干叶法、直方图
3. 统计数据的数字描述：样本均值、样本方差、中位数事件的独立性、样本空间、事件
4. 概率、条件概率、Bayes 公式
5. 古典概型

#### (二) 离散随机变量

1. 离散随机变量的定义
2. 经典的离散随机变量的分布
  - a. 二项分布
  - b. 几何分布
  - c. 泊松分布
  - d. 超几何分布
3. 离散随机变量的期望、公差
4. 离散随机变量的特征函数
5. 离散随机变量相互独立的概念
6. 二维离散随机变量的联合分布、条件分布、边缘分布及二个离散随机变量的相关系数

#### (三) 连续随机变量

1. 连续随机变量的概念
2. 密度函数
3. 分布函数
4. 常见的连续分布
  - a. 正态分布

- b. 指数分布
- c. 均匀分布
- d. t 分布
- e.  $\chi^2$  分布
- 5. 连续随机变量的期望、方差
- 6. 连续随机变量独立的定义
- 7. 二维连续随机变量的联合密度、条件密度、边缘分布及二个连续随机变量的相关系数
- 8. 连续随机变量的特征函数
- (四) 独立随机变量和的中心极限定理和大数定律
  - 1. 依概率收敛
  - 2. 以概率 1 收敛 (或几乎处处收敛)
  - 3. 依分布收敛
  - 4. 伯努利大数定律
  - 5. 利莫弗-拉普拉斯中心极限定理
  - 6. 辛钦大数定律
  - 7. 莱维-林德伯格中心极限定理
- (五) 点估计
  - 1. 无偏估计, 克拉美-劳不等式
  - 2. 矩估计
  - 3. 极大似然估计
- (六) 区间估计
  - 1. 置信区间的概念
  - 2. 一个正态总体的期望的置信区间
  - 3. 大样本区间估计
  - 4. 两个正态总体期望之差的置信区间 (方差已知)
- (七) 假设检验
  - 1. 检验问题的基本要素: 第一类错误的概率、第二类错误的概率、检验的功效、功效函数、检验的拒绝域、原假设、备择假设
  - 2. 一个正态总体的期望的检验问题
  - 3. 大样本检验
  - 4. 基于成对数据的检验 (t 检验)
  - 5. 两个正态总体期望之差的检验
- (八) 简单线性回归模型
  - 1. 简单线性回归模型定义
  - 2. 回归线的斜率的最小二乘估计
  - 3. 回归线的截距的最小二乘估计
  - 4. 随机误差 (随机标准差) 的估计

## 二、 考试要求

- (一) 基本概念
  - 1. 理解样本、样本观测值的概念
  - 2. 了解并能运用统计数据的直观描述方法如: 干叶法、直方图
  - 3. 理解样本均值、样本方差及中位数的概念并能运用相关公式进行计算
  - 4. 掌握如下概念: 概率、样本空间、事件、事件的独立性、条件概率,

理解并能灵活运用 Bayes 公式

5. 理解古典概型的定义并能熟练解决这方面的问题

## (二) 离散随机变量

1. 理解离散随机变量的定义

2. 理解如下经典离散分布所产生的模型

a. 二项分布

b. 几何分布

c. 泊松分布

d. 超几何分布

能熟练计算上述分布的期望、方差，能熟练应用上述分布求出相应事件的概率

3. 了解离散随机变量的特征函数的定义和性质

4. 了解两个离散随机变量相互独立的概念

5. 理解二维离散随机变量的联合分布、条件分布、边缘分布及两个离散随机变量的相关系数的概念并能熟练运用相关的公式解决问题

## (三) 连续随机变量

1. 理解连续随机变量的概念

2. 理解密度与分布的概念及其关系

3. 熟悉如下常用连续分布

a. 正态分布

b. 指数分布

c. 均匀分布

d. t 分布

e.  $\chi^2$  分布

4. 了解连续分布的期望、方差的概念

5. 了解有限个连续随机变量相互独立的概念

6. 理解二维连续随机变量的联合密度、条件密度、边缘分布及二个连续随机变量的相关系数并能运用相关公式进行计算

7. 了解连续随机变量的特征函数的概念及性质

## (四) 独立随机变量和的中心极限定理和大数定律

1. 了解依概率收敛、以概率 1 收敛（或几乎处处收敛）、依分布收敛的定义，了解上述收敛性的关系

2. 理解并掌握伯努利大数定律和利莫弗-拉普拉斯中心极限定理

3. 了解辛钦大数定律、莱维-林德伯格中心极限定理

## (五) 点估计

1. 理解无偏估计、矩估计、极大似然估计

2. 能够计算参数的矩估计、极大似然估计

## (六) 区间估计

1. 理解置信区间的概念

2. 能够计算正态总体的期望的置信区间（包括方差已知、方差未知两种情况）

3. 在样本容量充分大的条件下，能够计算近似置信区间

4. 能够计算两个正态总体的期望之差的置信区间（方差已知）

## (七) 假设检验

1. 理解以下概念：第一、二类错误的概率、检验的功效、功效函数、检验的拒绝域、检验的原假设、备择假设
  2. 能给出一个正态总体的期望的检验的拒绝域（包括方差已知、方差未知）
  3. 能用大样本方法求拒绝域
  4. 能给出基于成对数据的检验问题的拒绝域
- (八) 简单线性回归模型
1. 理解简单线性回归模型定义，能写出模型的数学表达式
  2. 能计算回归线的斜率、截距的最小二乘估计
  3. 了解随机误差（随机标准差）的估计

### 三、参考书

1. 陈希孺，概率论与数理统计，科学出版社，中国科技大学出版社，1999
2. 盛骤，谢式千，潘承毅，概率论与数理统计，高等教育出版社（第三版），2001
3. 刘光祖，概率论与应用数理统计，高等教育出版社，2000

编制单位：中国科学院大学

日期：2022年7月5日